

## 2. Schulaufgabe aus der Mathematik am 10. Februar 2015

Lösungsskizze auf der 2. Seite

Name: \_\_\_\_\_, B12TA

BEen: /60

Punkte: \_\_\_\_\_

**Hilfsmittel:** zugelassener Taschenrechner, zugelassene Merkhilfe

**Arbeitszeit:** 80 Minuten

Alle Aufgaben sind auf den (karierten) Bögen zu lösen. Tipp-Ex, Tintenkiller u. Ä. sind nicht erlaubt! Nur schwarz und blau schreiben und nur mit Bleistift zeichnen! Rechnungen und Ergebnisse auf dem Angabeblatt werden nicht berücksichtigt, gleichwohl ist dieses ebenso wie alle Bögen mit Namen zu versehen und abzugeben. Alle Teilaufgaben sind auf nachvollziehbare Art zu lösen; gegebenenfalls sind Rechnungen anzugeben. **Ergebnisse** sind so weit wie möglich zu **vereinfachen**, aber nach Möglichkeit **nicht zu runden**.

1.0 Wir betrachten die Funktion  $f : x \mapsto \frac{18x^2 - 143x + 210}{36x - 54}$ ; mit dem Graphen  $G_f$ .

1.1 Geben Sie die größtmögliche Definitionsmenge von  $f$  in  $\mathbb{R}$  an. 2 BE

1.2 Bestimmen Sie Gleichungen der Asymptoten von  $G_f$ . 7 BE

1.3 Berechnen Sie die Nullstellen von  $f$ . 6 BE

1.4 Ermitteln Sie rechnerisch Art und Lage der Extrempunkte von  $G_f$ . 16 BE

1.5 Bestimmen Sie Gleichungen der Tangenten an  $G_f$  in allen Schnittpunkten von  $G_f$  mit den Koordinatenachsen (auch) in Normalenform mit möglichst kleinen ganzzahligen Koeffizienten. 7 BE

1.6 Zeichnen Sie  $G_f$  mit seinen Asymptoten unter Verwendung der Ergebnisse von 1.2 – 1.4 für  $x \in [-5; 8]$  in ein Koordinatensystem mit  $1 \text{ LE} \ll 1 \text{ cm}$ . 4 BE

2.0 In einem kartesischen Koordinatensystem des  $\mathbb{R}^3$  ist die Ebene  $E$  durch die Punkte  $A(2|1|3)$ ,  $B(1|0|3)$  und  $C(0|2|3)$  gegeben.

2.1 Ermitteln Sie eine Gleichung von  $E$  in Koordinatenform. 6 BE

2.2 Geben Sie eine Gleichung der Geraden  $g$  durch den Punkt  $P(1|2|9)$ , die auf  $E$  senkrecht steht, und die Koordinaten des Schnittpunktes von  $g$  und  $E$  an. Beschreiben sie außerdem die Lage von  $E$  und  $g$  bezüglich des Koordinatensystems mit Worten. 6 BE

2.3 Berechnen Sie den Schnittwinkel der Geraden  $g$  und  $AP$  auf zwei Nachkommastellen gerundet. 6 BE

0-11	12-16	17-20	21-24	25-27	28-30	31-33	34-36	37-39	40-42	43-45	46-48	49-51	52-54	55-57	58-60
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

**Lösungsskizze:**

1.1  $D = \mathbb{R} \setminus \{1,5\}$

1.2  $\frac{18x^2 - 143x + 210}{36x - 54} = (18x^2 - 143x + 210) : (36x - 54) = \frac{x}{2} - \frac{29}{9} + \frac{36}{36x - 54}$

$\rightarrow y = \frac{x}{2} - \frac{29}{9}$  und  $x = 1,5$

1.3  $18x^2 - 143x + 210 = 0 \Rightarrow x_1 = 6; x_2 = \frac{35}{18}$

1.4  $f(x) = \frac{x}{2} - \frac{29}{9} + \frac{36}{36x - 54} = \frac{x}{2} - \frac{29}{9} + \frac{36}{18(2x - 3)} = \frac{x}{2} - \frac{29}{9} + \frac{2}{2x - 3}$

$f' = \frac{1}{2} - \frac{4}{(2x - 3)^2}$

$f'' = \frac{4 \cdot 2 \cdot (2x - 3) \cdot 2}{(2x - 3)^4} = \frac{16}{(2x - 3)^3}$

$\frac{1}{2} - \frac{4}{(2x - 3)^2} = 0 \Rightarrow 4x^2 - 12x + 9 - 8 = 0$

$T\left(\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2} \mid \approx -1,06\right) \quad H\left(\frac{3 - 2\sqrt{2}}{2} \mid \approx -3,89\right)$

1.5  $y = \frac{x}{18} - \frac{35}{9}$  bzw.  $x - 18y - 70 = 0$

$y = \frac{73}{162}x - \frac{73}{27}$  bzw.  $73x - 162y - 438 = 0$

$y = -\frac{73}{16}x + \frac{2555}{288}$  bzw.  $1314x + 288y - 2555 = 0$

2.1  $z = 3$

2.2  $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad S(1|2|3)$

Die Ebene liegt parallel zu xy-Ebene, die Gerade ist parallel zur z-Achse des Koordinatensystems.

2.3  $\cos \alpha = \frac{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}}{1 \cdot \sqrt{38}} \quad \cos \alpha \approx 13,26^\circ$

0-11	12-16	17-20	21-24	25-27	28-30	31-33	34-36	37-39	40-42	43-45	46-48	49-51	52-54	55-57	58-60
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15