

# 1. Schulaufgabe aus der Mathematik am 20. November 2014

Name: \_\_\_\_\_, B12TA

BEen: /50

Punkte: \_\_\_\_\_

**Hilfsmittel:** zugelassener Taschenrechner, zugelassene Merkhilfe **Arbeitszeit:** 80 Minuten

Alle Aufgaben sind auf den (karierten) Bögen zu lösen. Tipp-Ex, Tintenkiller u. Ä. sind nicht erlaubt! Nur schwarz und blau schreiben! Rechnungen und Ergebnisse auf dem Angabeblatt werden nicht berücksichtigt, gleichwohl ist dieses ebenso wie alle Bögen mit Namen zu versehen und abzugeben. Alle Teilaufgaben sind auf nachvollziehbare Art zu lösen. Ergebnisse sind so weit wie möglich zu vereinfachen.

1.0 Ermitteln Sie Anzahl, Lage und Vielfachheit der Nullstellen folgender Funktionenscharen in Abhängigkeit vom jeweiligen Parameter:

1.1  $f_k : x \mapsto (x^2 - x - 12) \cdot (x^2 - k)$ ;  $D = \mathbb{R}$ ;  $k \in \mathbb{R}$  10BE

1.2  $g_m : x \mapsto x^4 - mx^2 - 4x^2$ ;  $D = \mathbb{R}$ ;  $m \in \mathbb{R}$  7BE

2.0 Bestimmen Sie jeweils die Lösungsmenge folgender Gleichungssysteme mit einer rechnerischen Methode Ihrer Wahl:

2.1 
$$\begin{aligned} x + y - z &= 2 \\ 2x + 3y - 4z &= -2 \\ 4x + 5y - 6z &= 2 \\ \underline{6x + 8y - 9z} &= \underline{5} \end{aligned}$$
 7BE

2.2 
$$\begin{aligned} 3x - 2y + z &= 2 \\ 4x + 3y - 2z &= 5 \\ \underline{5x - 9y + 5z} &= \underline{2} \end{aligned}$$
 4BE

3. Bestimmen Sie rechnerisch, ob die abschnittsweise definierte Funktion an den Nahtstellen stetig ist und fertigen Sie mit Bleistift eine Zeichnung ihres Graphen in einem kartesischen Koordinatensystem mit  $1 \text{ LE} \ll 1 \text{ cm}$  an:

$$h : x \mapsto \begin{cases} \frac{x}{2} - 3 & -5 \leq x < -2 \\ -x^2 & -2 \leq x < 1 \\ x - 1 & 1 \leq x \leq 5 \end{cases} \quad D = [-5; 5] \quad \text{16BE}$$

4.0 Wir betrachten die Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ -6 \end{pmatrix}$  und  $\vec{c} = \begin{pmatrix} -7 \\ -1 \\ 3t \end{pmatrix}$ ;  $t \in \mathbb{R}$ .

4.1 Geben Sie das Skalarprodukt  $\vec{a} \circ \vec{b}$  an. 2BE

42 Bestimmen Sie den Wert des Parameters  $t$  so, dass sich  $\vec{c}$  als Linearkombination von  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  darstellen lässt. 4BE

0-9	10-13	14-16	17-20	21;22	23-25	26;27	28-30	31;32	33-35	36;37	38-40	41;42	43-45	46;47	48-50
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

**Lösungen**

1.1

- $k < 0$ :  $x_1 = 4$ ;  $x_2 = -3$       zwei einfache
- $k = 0$ :  $x_1 = 4$ ;  $x_2 = -3$ ;  $x_{3,4} = 0$       zwei einfache und eine doppelte
- $k = 9$ :  $x_1 = 4$ ;  $x_{2,4} = -3$ ;  $x_3 = 3$       zwei einfache und eine doppelte
- $k = 16$ :  $x_{1,3} = 4$ ;  $x_2 = -3$ ;  $x_4 = -4$       zwei einfache und eine doppelte
- sonst:  $x_1 = 4$ ;  $x_2 = -3$ ;  $x_{3,4} = \pm\sqrt{k}$       vier einfache

1.2

- $m < -4$ :  $x_{1,2} = 0$       eine doppelte
- $m = -4$ :  $x_{1,2,3,4} = 0$       eine vierfache
- $m > -4$ :  $x_{1,2} = 0$ ;  $x_{3,4} = \pm\sqrt{m+4}$       eine doppelte und zwei einfache

2.1

$$L = \{(3;4;5)\}$$

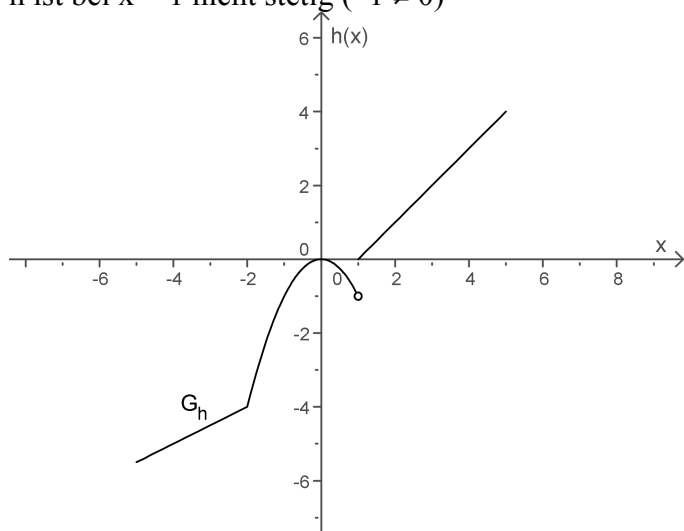
2.2

$$L = \emptyset$$

3.

h ist bei  $x = -2$  stetig ( $-4 = -4$ )

h ist bei  $x = 1$  nicht stetig ( $-1 \neq 0$ )



$$4.1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ -6 \end{pmatrix} = -4 + 10 - 18 = -12$$

$$4.2 t = -5$$

0-9	10-13	14-16	17-20	21;22	23-25	26;27	28-30	31;32	33-35	36;37	38-40	41;42	43-45	46;47	48-50
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15